

108 年度時雨高中數學領域教師專業學習社群申請書

社群名稱	時雨數學社			
社群類型	☐ 年級別 ☒ 學科/領域/學群 ☐ 學校任務 ☐ 專業發展主題 ☐ 其他(請註明: _____)			
召集人	宋昭明	聯絡電話	0224962217	
組成目的	經由教師間專業對話，分享與研討數學領域專業、同儕省思對話、主題探討、教學觀察與回饋、主題經驗分享、學習與評量、專題講座、案例分析等相關議題，以促進學生獲得更佳的學習成效為目的。			
社群成員	姓名	任教科目	姓名	任教科目
	陳力成	數學	黃俊文	數學
	黃嘉惠	數學	陳見任	數學
	蔡明妃	數學	陳錫偉	數學
	邱智揚	數學	蔡孟學	數學
	陳嘉浩	數學	江建霖	數學
	林淑涵	數學	宋昭明	數學
	林亦鵬	數學	林家羣	數學
一、年度目標： 1. 定期進行數學領域的試題分析 2. 充實數學領域的專業知能 3. 分析學生的迷失概念，規劃有效的教學策略 4. 社群成員學習分享教學策略，並實施於教學中，使學生的學習更具成效。 5. 社群成員分享及檢討教材及實施狀況，持續修正使其內容更具實用性與可行性。 6. 社群成員分享及檢討學生學習狀況與成效，持續彙整及修編評量方式，使其更實用完整。 二、與教師專業發展評鑑的關連性：(未參與教師專業發展評鑑免填) 1. 將教師專業發展評鑑之教學觀察、檔案製作等融入教師專業社群，反思並尋找數學專業成長。 三、預定進行方式(可複選)： ☒教學觀察與回饋 ☒主題探討(含專書、影帶) ☒主題經驗分享 ☐教學檔案製作 ☒專題講座 ☐新進教師輔導 ☒標竿楷模學習 ☐新課程發展 ☐教學方法創新 ☒教學媒材研發 ☐行動研究 ☐協同備課 ☒同儕省思對話 ☒案例分析 ☒專業領域研討 ☐其他 _____				

四、年度進度規劃：

場次	日期/ 時間	實施內容	實施方式	講師/ 主持人	地點/備註
1	08/28(三) 13:25~15:05	領域會議研習課程討論、工作分配	同儕省思對話	黃俊文	電腦教室
2	10/09(三) 13:25~15:05	講座：數學領域素養	影片研習座談	宋昭明	電腦教室
3	10/23(三) 13:25~15:05	段考一試題分析與檢討	同儕省思對話	陳嘉浩	電腦教室
4	11/13(三) 13:25~15:05	講座：新課綱課程地圖	影片研習座談	陳錫偉	電腦教室
5	12/04(三) 13:25~15:05	段考二試題分析與檢討	同儕省思對話	林亦鵬	電腦教室
6	12/25(三) 13:25~15:05	講座：數學素養教學評量	教學方法經驗 分享與學期課程計畫討論	蔡孟學	電腦教室
7	01/15(三) 13:25~15:05	期末考試題分析與檢討	同儕省思對話	陳力成	電腦教室

五、預期效益與檢核方式：

預期效益	具體檢核方式
有效分析數學領域試題	完成三次段考的試題分析
提升學生學習意願，進行有效教學	研發教學媒材，進行實際教學
充分了解新課綱的架構與內涵	教學實務或專業能力有效提升

六、經費概算表

項次		內容		數量	單位	單價	總價	備註
業務費	1	外聘講座引言費*			場	1000		
	2	外聘講座鐘點費**			時	1600		
	3	講師交通費						核實編列
	4	資料蒐集費			場			核實編列
	5	印刷費	(1)學習資料	7	場	200	1400	每 1 場得申請 200 元，每一個社群最多申請 3000 元
			(2)成果報告	6	本	250	1500	每一社群結束時，須完成一份成果報告（六本）
	6	膳食費		15	人	20	300	每一場研討每人得編列茶水費 20 元
雜支							160	不得超過 5%
合計							3360	
總計：新台幣 3570 元整						備註：業務費得依實際相互勻支。		
註：1. 外聘講座（含大專校院教授與校外中小學教師）引言並參與討論，每社群計畫申請以三次為限。 2. 外聘講座（含大專校院教授與校外中小學教師）演講鐘點費，每社群計畫申請以 三次為限。 3. 校內教師分享不得支領引言費或鐘點費。								
承辦主任			會計		校 長			

時雨高中 數學科 教師專業社群 簽到表

時間：108 年 10 月 9 日	地點：電腦教室
主題：數學領域素養	主席：宋昭明老師

教師	簽到
宋昭明	宋昭明
陳力成	參加新北市課綱研習
蔡明妃	蔡明妃
邱智揚	邱智揚
陳嘉浩	陳嘉浩
林淑涵	林淑涵
林亦鵬	林亦鵬
黃俊文	黃俊文
黃嘉惠	黃嘉惠
陳錫偉	陳錫偉
陳見任	陳見任
江建霖	江建霖
蔡孟學	蔡孟學
林家羣	林家羣

會議記錄



108高中數學課綱宣導初階研習

十二年國民基本教育 數學領域 素養導向的教學與評量實作

<教育部高中數學學科中心>



1

十二年國民基本教育 數學領域 素養導向的教學



3

數學素養

《總綱》：核心素養是指一個人為適應現在生活及未來挑戰，所應具備的知識、能力與態度。

《課程發展指引》及《核心素養發展手冊》：

核心素養承續過去課程綱要的基本能力、核心能力與學科知識，但涵蓋更寬廣和豐富的教育內涵。不再以學科知識作為學習的唯一範疇，並強調其在生活中能夠實踐力行的特質。

數學領域以此為基礎，並強調正確使用工具、及有效溝通的能力，詳述於數學課綱的三面九項核心素養。

5

素養教學...始於信仰

- ◆ 老師您心中的信仰就是一種素養，依信仰而教，就是一種素養教學。
- ◆ 透過社群、研習、共備、跨領域合作等自我精進，往更適切的方向前進。

7

課程設計的架構

從新課綱所要傳達的精神與教學的本質下，素養教學在「起」、「承」、「轉」、「合」的脈絡上更顯重要。

9

內容大綱

- ◆ 素養導向的教學.....3
- ◆ 素養導向的評量.....24
- ◆ 國高中銜接教材.....43
- ◆ 資源配套.....53



2

數學領域課程綱要

基本理念

十二年國民基本教育課程綱要總綱，本於全人教育的精神，以「自發」、「互動」及「共好」為理念，以「成就每一個孩子—適性揚才、終身學習」為願景。

4

數學學科知識也是數學素養

前述數學素養綜合成下列四項：

- ◆ 數學學科知識的素養。
- ◆ 應用到學習、生活與職業生涯的素養。
- ◆ 正確使用工具的素養。
- ◆ 有效與他人溝通的素養。

6

課程設計的方向

- ◆ 數學是一種語言，宜由自然語言的題材導入學習。
- ◆ 數學是一種實用的規律科學，教學宜重視跨領域的統整。
- ◆ 數學是一種人文素養，宜培養學生的文化美感。
- ◆ 數學應提供每位學生有感的學習機會。
- ◆ 數學教學應培養學生正確使用工具的素養。

8

起

“從藝術、歷史、人文、科學等現象或問題、學生舊經驗的連結，來做為教學主題的開端。”

10

承

“

數學知識、經驗的累積，
延伸到主題內容的教學。

11

轉

“

在學科的內容上、生活的情境或問題中
轉化為數學模型或概念，來獲得解決、
欣賞與讚嘆。
教學方法上，視情況與課程設計作靈活的
轉換。

12

合

“

數學知識本身的縱向連結、與其他學科的
橫向應用。
透過團隊合作、溝通與表達，培養能面
對現在與未來挑戰的能力。

13

教學釋例分享

F-10-2 三次函數的圖形特徵：

二次、三次函數圖形的對稱性，兩者圖形的
大域(global)特徵由最高次項決定，而局部(local)
則近似一條直線。

14

三次函數圖形的對稱中心

函數圖形的平移

函數的變形

三次函數圖形的對稱

15

傳統教學(以老師為主)

$y = px^3 + qx$ 的圖形

$y = ax^3$ 的圖形

函數的平移

對稱中心(0,0)

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$
圖形的對稱中心

16

素養教學

函數圖形之美

一次函數
二次函數
的圖形性質

函數的變形
圖形的平移
的關係

三次函數圖形的對稱性

17

轉

以學習者為中心

媒材的使用

有感學習

溝通表達



18

轉

系統化的策略與學習

(1) $y = ax^3 \Rightarrow$ 對稱中心 $O(0,0)$ 。

(2) $y = ax^3 + d \Rightarrow$ 對稱中心 $O_1(0,d)$ 。

(3) $y = ax^3 + cx \Rightarrow$ 對稱中心 $O_2(0,0)$ 。

(4) $y = ax^3 + cx + d \Rightarrow$ 對稱中心 $O_3(0,d)$ 。

(5) $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, b \neq 0$ 。

鉛直
平移

發現問題

19

合

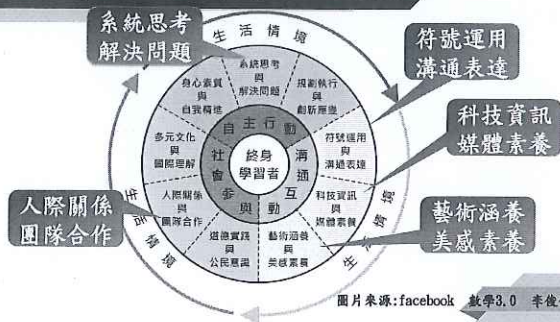
工具、舊經驗、先備知識

$y = px^3 + qx \xrightarrow{q=0} y = px^3 \xrightarrow{\text{鉛直平移}} y = px^3 + k$

$y = x^3 - 6x^2 + 8x - 3$ 學生的反思與探究
抽象、一般化的探究
 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $y = px^3 + qx + k$

20

從信仰到核心素養三面九項



21

素養教學

依信仰而出發
學習者為中心
連結真實生活
能接軌全世界

自我充實



課程共備



跨領域合作

社群研習

22

課綱是骨架 老師是羽翼

豐富教學

點燃火焰
延續熱情
面對挑戰

自發 互動 共好

23

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

國中階段之學習所需

- ◆ 輸入整數與小數、切換相反數(±)、輸入科學記號數字。
- ◆ 浮點數的四則運算(+、-、×、÷)、百分比(%)、平方根($\sqrt{\quad}$)。
- ◆ 調整四則運算之計算順序(括號、後運算堆疊)。
- ◆ 連續加入數據(MR、MC、M+、M-)。



課程委員 趙政泓

34:28

-0

教育部高中數學學科中心

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

課程實施支持資源

課程綱要課程手冊初稿



課程委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

普通高中階段之學習所需

- ◆ 常數、亂數產生器。
- ◆ 絕對值(abs)、平方(x^2)、任意次方(x^y)、倒數($\frac{1}{x}$)
- ◆ 角的弧度量與角度量的轉換、角度量的十進制和六十進制轉形
- ◆ 弧度量與角度量之廣義角三角比($\sin$ 、 $\cos$ 、 $\tan$)、反三角($\sin^{-1}$ 、 $\cos^{-1}$ 、 $\tan^{-1}$)。
- ◆ 常用與標準的指數、對數(10^x 、 $\log$ 、 $\exp$ 、 $\ln$)。
- ◆ 階乘(n!)、排列數(P_r^n)、組合數(C_r^n)。



課程委員 趙政泓

35:07

-0

108高中新課綱_數學科_素養導向教學評量初階研習_素...

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

國中階段之學習所需

- ◆ 輸入整數與小數、切換相反數(±)、輸入科學記號數字。
- ◆ 浮點數的四則運算(+、-、×、÷)、百分比(%)、平方根($\sqrt{\quad}$)。
- ◆ 調整四則運算之計算順序(括號、後運算堆疊)。
- ◆ 連續加入數據(MR、MC、M+、M-)。
- ◆ 角度量之銳角三角比($\sin$ 、 $\cos$ 、 $\tan$)。



課程委員 趙政泓

34:35

-0



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

十二年國教數學課程架構建議圖



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

十二年國教數學課程架構建議圖



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量



108高中新課綱_數學科_素養導向教學評量初階研習_素...



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

素養教學模組計畫

- ◆ 研修數學素養導向教學模組，將核心素養的理念結合及轉化於數學課程之中。
- ◆ 提供數學教科書的另一種想像。
- ◆ 識別教學模組的架構與研修原則，提供十二年國民基本教育數學領域教科書研發或教師自編教材參考。



課綱委員 賴政泓

18:05

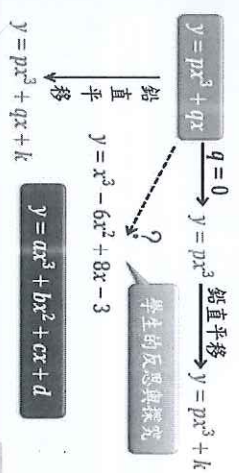


課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

合

工具、舊經驗、先備知識



十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

轉

系統化的策略與學習

- (1) $y = ax^3 \Rightarrow$ 對稱中心 $O_1(0,0)$ 。
 - (2) $y = ax^3 + d \Rightarrow$ 對稱中心 $O_2(0,d)$ 。
 - (3) $y = ax^3 + cx \Rightarrow$ 對稱中心 $O_3(0,0)$ 。
 - (4) $y = ax^3 + cx + d \Rightarrow$ 對稱中心 $O_4(0,d)$ 。
 - (5) $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, b \neq 0$ 。
- 鉛直平移
- 發現問題



課綱委員 賴政泓

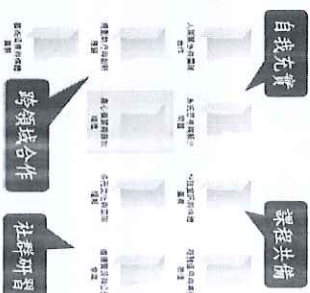


課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

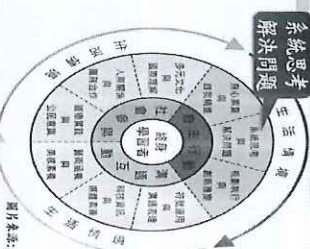
素養教學

依信仰而出發
學習者為中心
連結真實生活
能接軌全世界



十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

從信仰到核心素養三面九項





課綱委員 賴政泓

22:05

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

數學素養評量的目的

- ◆ 評判「素養導向課程」在學習過程中的成效。
- ◆ 提供「素養導向之課程設計」的參考依據。
- ◆ 學習評量，肩負評判學習成效的任務。

-1

教育部高中數學學科中心



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

素養導向命題重點方向

- 情境化**
試題素材引用生活情境或學術探究等情境。
- 整合應用**
閱讀理解、邏輯思考、圖表判讀、批判思考、歷史解釋辨析、資料證據等應用。
- 跨領域跨學科**
有趣、有意義的問題通常也是跨領域、跨學科的。

2

教育部高中數學學科中心



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

素養評量的內涵

- ◆ 數學學科知識的素養。
- ◆ 應用到學習、生活與職業生涯的素養。
- ◆ 正確使用工具的素養。
- ◆ 有效與他人溝通的素養。

2

教育部高中數學學科中心



課綱委員 賴政泓

23:12

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

素養導向評量的三大原則

(國家教育研究院)

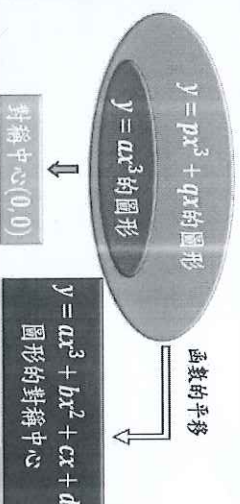
- 不僅評量學生的知識與技能，而且評量學生的態度。
- 重學習結果也重學習歷程，總結性與形成性的評量兼重。
- 強調對於學生能整合所學並應用於特定情境中的評量。
- 語言、非語言的傳達。
- 發現、討論、表達、與感知的歷程。
- 生活、科技、人文、社會的評量。

-1



十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

傳統教學(以老師為主)



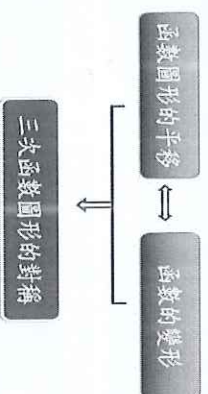
課綱委員 賴政泓

15:28



十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

三次函數圖形的對稱中心



課綱委員 賴政泓

14:06



十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

以學習者為中心

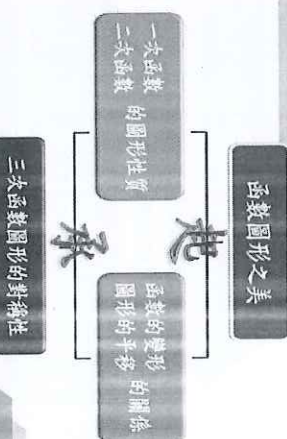


課綱委員 賴政泓



十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

素養教學



課綱委員 賴政泓

轉

“在學科的內容上、生活的情境或問題中轉化為數學模型或概念，來獲得解決、欣賞與讚美。
教學方法上，視情況與課程設計作靈活的轉換。”

課綱委員 賴政泓

12:02

-2

教學釋例分享

F-10-2 三次函數的圖形特徵：

二次、三次函數圖形的對稱性，兩者圖形的大域(global)特徵由最高次項決定，而局部(local)則近似一條直線。

課綱委員 賴政泓

承

“數學知識、經驗的累積，延伸到主題內容的教學。”

課綱委員 賴政泓

11:18

-2

合

“數學知識本身的縱向連結、與其他學科的橫向應用。
透過團隊合作、溝通與表達，培養能面對現在與未來挑戰的能力。”

課綱委員 賴政泓

12:43

-2



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

課程設計的方向

- ◆ 數學是一種語言，宜由自然語言的題材導入學習。
- ◆ 數學是一種實用的規律科學，教學宜重視跨領域的統整。
- ◆ 數學是一種人文素養，宜培養學生的文化美感。
- ◆ 數學應提供每位學生有感知的學習機會。
- ◆ 數學教學應培養學生正確使用工具的素養。



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

素養教學... 始於信仰

- ◆ 老師您心中的信仰就是一種素養，依信仰而教，就是一種素養教學。
- ◆ 透過社群、研習、共備、跨領域合作等自我精進，往更適切的方向前進。



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

起

“從藝術、歷史、人文、科學等現象或問題、學生舊經驗的連結，來做為教學主題的開端。”



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

課程設計的架構

從新課綱所要傳達的精神與教學的本質下，素養教學在「起」、「承」、「轉」、「合」的脈絡上更顯重要。



十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

數學領域課程綱要

基本理念

十二年國民基本教育課程綱要總綱，本於全人教育的精神，以「自發」、「互動」及「共好」為理念，以「成就每一個孩子—適性揚才、終身學習」為願景。



課綱委員 賴政泓



十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

數學學科知識也是數學素養

前述數學素養綜合成下列四項：

- ◆ 數學學科知識的素養。
- ◆ 應用到學習、生活與職業生涯的素養。
- ◆ 正確使用工具的素養。
- ◆ 有效與他人溝通的素養。

108高中新課綱_數學科_素養導向教學評量初階研習_素...



十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

內容大綱

- ◆ 素養導向的教學.....3
- ◆ 素養導向的評量.....24
- ◆ 國高中銜接教材.....43
- ◆ 資源配套.....53



課綱委員 賴政泓



十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

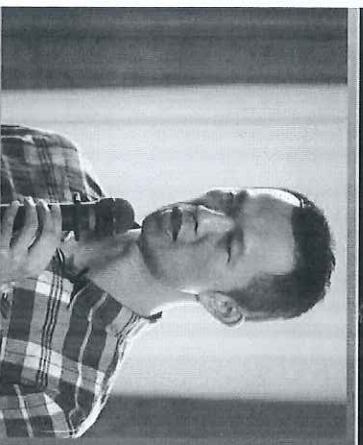
數學素養

《總綱》：核心素養是指一個人為適應現在生活及未來挑戰，所應具備的知識、能力與態度。

《課程發展指引》及《核心素養發展手冊》：

核心素養承襲過去課程綱要的基本能力、核心能力與學科知識，但涵蓋更寬廣和豐富的教育內涵。不再以學科知識作為學習的唯一範疇，並強調其在生活中能夠實踐力行的特質。

數學領域以此為基礎，並強調正確使用工具、及有效溝通的能力，詳述於數學課綱的三面九項核心素養。



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

概念澄清

素養評量 VS 情境

情境入題為連接學生的所學與應用，幫助學習。
為情境而情境的試題，不但遠離了素養，更像是
「人工難題」，導引學生偏離學習數學的旨趣，
也助長了「數學虛假而無用」的錯誤觀念。

課綱委員 賴政泓

30:12

-0

教育部高中數學學科中心

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

概念澄清

素養評量 VS 工具

正確使用工具(計算機)是一種重要的素養。
不須強行設計「計算機考題」。

課綱委員 賴政泓

29:49

3

總結

- ◆ 素養導向評量是素養導向課程的測驗工具。
- ◆ 素養導向評量不是一種題型。
- ◆ 評量學科基礎知識也是一種素養導向的內容。
- ◆ 情境式考題、跨領域問題是素養導向評量的取材範疇，
但趨向真實世界的問題設計才是素養導向評量的目標。
- ◆ 工具及資訊的使用是素養導向評量的重要元素。

課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

概念澄清

素養評量 VS PISA

致力於研發「PISA水準」的試題，是我們努
力的方向，命題時盡量避免不自然、人為的
應用問題。

如果一份考卷所有題目都是這種題目，那可
能是一個大災難。

課綱委員 賴政泓

31:06

-0

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

素養導向評量要素

(4) 正確使用工具的素養

汽車駕駛在座位上的位置及高度會影響其視野，我們可以畫出一條視線找出司機的視野。視線是一條從司機眼睛透過車身前緣延伸至地面的假想線，在視線下方的區域是司機的盲點。(司機看不見的地方)

已知這輛貨車司機的眼睛高度在A點正上方1.5公尺處，司機的視線與水平線的夾角為 $18^{\circ}25'$ ，兒童身高1公尺站在B點。請利用電子計算機求出A與B的兩點距離？



課綱委員 賴政泓

27:55



十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

概念澄清

素養評量 VS 數學知識

數學學科知識也是數學素養的一部分。

紮實的數學知識也是素養。

不是所有數學知識評量都是素養評量。



課綱委員 賴政泓

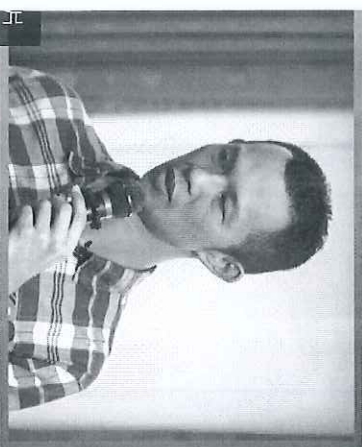
十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

素養導向評量要素

(4) 正確使用工具的素養

汽車駕駛在座位上的位置及高度會影響其視野，我們可以畫出一條視線找出司機的視野。視線是一條從司機眼睛透過車身前緣延伸至地面的假想線，在視線下方的區域是司機的盲點。(司機看不見的地方)

已知這輛貨車司機的眼睛高度在A點正上方1.5公尺處，司機的視線與水平線的夾角為 $18^{\circ}25'$ ，兒童身高1公尺站在B點。



課綱委員 賴政泓

27:40

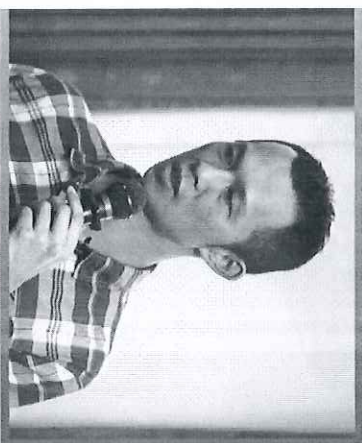


十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

素養導向評量層次



請參閱課綱審議委員會106年11月所公佈之素養與學年「基本題」要素(檔案V4版)所定義評量等級與知識領域如下：



課綱委員 賴政泓



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

素養導向評量要素

(1) 情境脈絡問題

- ◆ 強調應用核心知識與技能，以解決情境脈絡中的問題。
- ◆ 素養導向之問題應儘可能接近真實世界。
- ◆ 例如：日常生活情境或是學術探究情境中會問的問題。
- ◆ 貼近真實世界的「非真實情境」或「設定情境」的問題。



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

符合素養導向評量要素

- ◆ (準)真實性的問題：(貼近)真實情境脈絡的問題。
- ◆ 跨領域或跨學科：數學內跨領域之連結的題目。
- ◆ 解決生活問題：生活上實際會面臨的問題。
- ◆ 正確使用工具：在適當的時機選擇合適的工具。

108高中新課綱_數學科_素養導向教學評量初階研習_素...



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

素養導向評量要素

(3) 運用在實際生活的解決問題

- ◆ 不僅評量學生的知識與技能，也重視其解決問題的態度。
- ◆ PISA國際調查認為，透過生活化的測驗情境可以同時測得學生的能力與態度。

108高中新課綱_數學科_素養導向教學評量初階研習_素...



課綱委員 賴政泓

十二年國民教育數學領域素養導向教學與評量

素養導向評量要素

- ◆ (2) 強調跨領域或跨學科能力
- ◆ 真實世界中的問題常沒有學科領域的界線。
- ◆ 素養導向的評量適合測量如多元表徵、閱讀理解等。
- ◆ 系統性思考等跨學科，甚至跨領域的共同能力。

時雨高中 數學科 教師專業社群 簽到表

時間：108 年 11 月 13 日	地點：電腦教室
主題：新課綱課程地圖	主席：陳錫偉老師

教師	簽到
宋昭明	宋昭明
陳力成	陳力成
蔡明妃	蔡明妃
邱智揚	邱智揚
陳嘉浩	陳嘉浩
林淑涵	林淑涵
林亦鵬	林亦鵬
黃俊文	黃俊文
黃嘉惠	黃嘉惠
陳錫偉	陳錫偉
陳見任	陳見任
江建霖	江建霖
蔡孟學	蔡孟學
林家羣	林家羣

會議記錄



專業匯聚承先啟後 開展數學課程地圖—讓每位學生的數學學習都有意義 教育部普通高中數學學科中心

一、數學學科教育目標：素養培育、創建未來

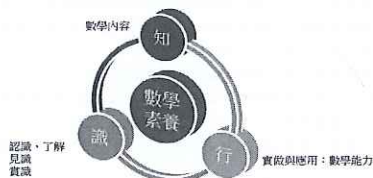
108數學領域新課程為呼應十二年國民基本教育總體教育理念並兼顧大學所需之學習準備，聚焦「適性揚才」與「素養導向」兩項關鍵設計。108數學課綱的核心精神強調，除了提供學生有意義的數學學習外，並針對素養導向的教學與評量，在設計主軸強化生活應與情境融合，以解決問題為導向。尤其數學本質是一種語言、一種實用的規律科學，也是一種人文素養出發，課程設計與評量應和這些特質密切搭配，並以學習者為中心，提供每位學生有成的學習機會，培養學生正確使用工具的素養，並有效與人溝通。

二、數學學科素養教學新思維：展現數學學習力的素養教學

108數學課綱的理念是奠基於以數學素養為核心的課程架構中。為了落實總綱三面九項「核心素養」外，並強調正確使用工具、及有效溝通的能力。為求簡明起見，數學素養可以綜合成下面四個要點。

- (M1) 數學學科知識的素養。
- (M2) 應用到學習、生活與職業生涯的素養。
- (M3) 正確使用工具的素養。
- (M4) 有效與他人溝通的素養。

這與教育部提昇國民素養實施方案—數學素養研究計畫《數學素養向度建議文》中，對「數學素養」的定義相當一致，並與十二年國民基本教育數學領域綱要之前導研究《國家教育研究院研究報告》，所述的「知、行、識」用詞雖然不同，但意境相通。因此素養評量需要依據上述素養導向的發展指引，與數學領域綱要高中新課程內涵，及相關研究進行評量試題的轉化與實踐。此次新課程聚焦數學素養導向的教學與評量，關注差異化與數位適性化學習，奠基課程地圖與計算機融入課堂協作等課程新風貌。



數學新課綱教學亮點——培養學生正確使用工具的素養

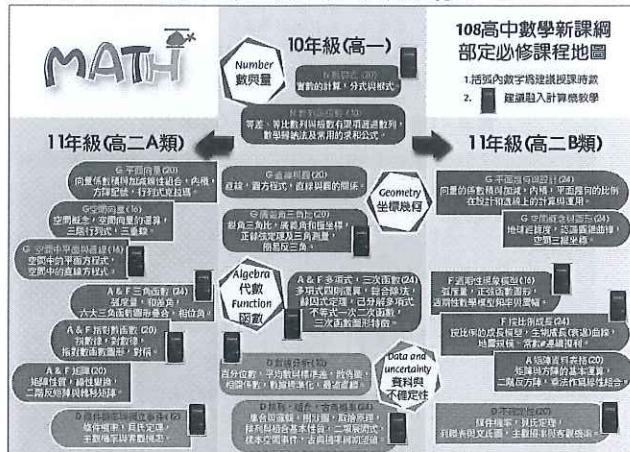
108 數學課綱的一大亮點便是將計算機納入課堂中當作教學評量工具。隨著大數據 AI 時代來臨，除了傳統教具如圓規、三角板、方格紙等，資訊時代的計算機 (calculator)、電腦 (computer)、網路、多媒體、行動工具等都是有用的學習工具。此次數學課綱建議教學應落實計算機使用，使能逐漸引導學生使用各種高階工具，例如：試算表及數學軟體等。特別是，數學是一種規律的科學，計算機及電腦可以協助落實探究活動，惟因計算機計算有一定的誤差，應強調其使用時機及界限，培養學生使用計算機的正确態度。

圖二：108 課綱普通高中數學新課綱計算機融入課程學習地圖

	10 年級	11 年級	12 年級
數與量 N	1. 基本四則運算。 2. 正負號。 3. 指數。 4. 科學記號的輸入與計算。 5. 無理數。 6. 指數運算： $x^a, x^{1/y}, 10^a$ 。 7. 常用對數求值： $\log$ 。 8. 數據計算的誤差；認識計算機有限性，可容許誤差的發生並做適當有效位數的取捨。	數學必修 A 類： 平面方程式；平面的法向量與標準式；兩平面的夾角、點到平面的距離。 數學必修 B 類： 1. 度度量與度量的轉換。 2. x^a 的求值。 3. 指數律：從 10^a 及指數律探討 $\log$ 的對數律，其基本應用於求解指數方程式。	加深加廣選修數學甲： 數列的極限與函數的極限。 加深加廣選修數學乙： 函數的極限。
空間與形狀 S、坐標幾何 G	1. 廣角與廣角座標：度量的十進制與六十進制轉換，直角坐標與極坐標的轉換。 2. 三角比： $\sin, \cos, \tan$ 的求值。 3. 三角比之反函數： $\sin^{-1}, \cos^{-1}, \tan^{-1}$ 的求值。	數學必修 A 類： 平面方程式；平面的法向量與標準式；兩平面的夾角、點到平面的距離。 數學必修 B 類： 1. 度度量與度量的轉換。 2. x^a 的求值。 3. 指數律：從 10^a 及指數律探討 $\log$ 的對數律，其基本應用於求解指數方程式。	加深加廣選修數學甲： 數列的極限與函數的極限。 加深加廣選修數學乙： 函數的極限。
代數 A、函數 F	1. 數值的儲存： $M+, M-, MR$ 。 2. 認識一次與二次的函數圖形及三次函數的圖形特徵。	數學必修 A 類： 1. 度度量與度量的轉換。 2. x^a 的求值。 3. 指數律：從 10^a 及指數律探討 $\log$ 的對數律，其基本應用於求解指數方程式。	加深加廣選修數學甲： 數列的極限與函數的極限。 加深加廣選修數學乙： 函數的極限。
資料與不確定性 D	1. $M+, M-, MR$ 。 2. 隨機事件。 3. 引入計算機進行數據分析。	數學必修 A 類： 1. 度度量與度量的轉換。 2. x^a 的求值。 3. 指數律：從 10^a 及指數律探討 $\log$ 的對數律，其基本應用於求解指數方程式。	加深加廣選修數學甲： 數列的極限與函數的極限。 加深加廣選修數學乙： 函數的極限。

三、數學學科核心學習

圖一：普通高中數學必修課程概覽圖



普通型高級中等學校 10 年級必修 8 學分(每週 200 分鐘)。

普通型高級中等學校 11 年級必修 8 學分(每週 200 分鐘，分為 A、B 兩類，擇一修習)。

適性揚才：108 普通高中數學課程綱要必修課程的分軌設計

為了達到因材施教與適性揚才的教育目標，普通型高中 10 年級學生共同修習重要的核心數學課程，並從 11 年級起的課程分為三軌設計，以 10 年級的共同必修數學為基礎，11 年級的必修課程分為 A、B 兩類(簡稱 11A、11B)，12 年級的加深加廣選修課程分為甲、乙兩類(簡稱數學甲、數學乙)。學生可依個人生涯規劃及適應性，於 11 年級修習 11A 或 11B；11 年級修習 11A 後，可在 12 年級選修數學甲、數學乙或多元選修課程；11 年級修習 11B 後，可在 12 年級選修數學乙、多元選修課程或不選修任何數學課程；11 年級修習 11B 後，想在 12 年級選修數學甲者，可自行補足 11A 的學習內容 G-11A-5 三角的和差角公式、F-11A-1 三角函數的圖形、F-11A-3 矩陣的應用、F-11A-4 指數與對數函數。

四、重要學習內涵及數學素養評量架構

108 課綱螺旋式小單元的學習模式：

108 數學課綱的理念之一，是將較困難單元的學習，第一次先建立以符號表達數量的基本觀念，第二次教學再進入形式運思，也就是抽象概念與公式使用的部分。所以將指數對數在 10 年級與 11 年級，例如 10 年級指數對數符號的提早學習，搭配計算機教學，以便接軌自然學科以往的課程安排。以往「科學記號的運算」是在 7 年級上學期，待 8 年級學習理化的時候才使用，但是這對許多學生來說，卻有學習上的困難；現今國中的理化課程已將科學記號使用的部分簡化，所以 108 課綱將其移至 10 年級，並建議它出現在上學期的第一章，不僅能使國中的課程銜接順暢，也頗於學生學習的成熟度。同時，「10 的冪次方與常用對數符號」原本為 10 年級上學期第三章「指數對數函數」的一部分，新課綱則採用「先(10 年級)建立以符號表達數量的基本觀念，第二次教學(11 年級)介紹指數對數函數」再進入形式運思，也就是抽象概念與代數性質」的精神教學。

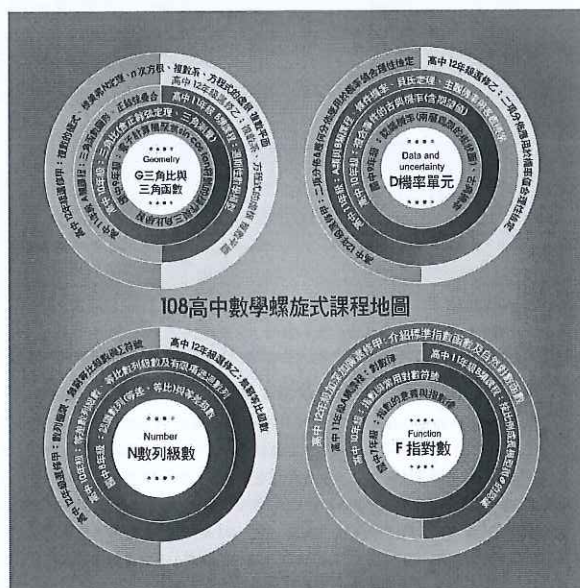
舉例說明如下：

- 三角函數的單元學習設計**
國中 9 年級：透過電子計算機聚焦 $\sin, \cos, \tan$ 符號的操作與三角比學習。
高中 10 年級：極坐標定義廣義的三角比(含正餘弦定理、三角測量)。
高中 11 年級 A 類課程：三角函數圖形、正餘弦疊合。
高中 12 年級：複數系、方程式的虛根 複數平面(加深加廣選修甲、乙)；
複數的極式、棣美弗定理、 n 次方根(加深加廣選修甲)。
- 機率的單元學習設計**
國中 9 年級：認識機率(兩層為限的樹狀圖)、古典機率。
高中 10 年級：複合事件的古典機率(含期望值)。
高中 11 年級：條件機率、貝氏定理、主觀機率與客觀機率。
高中 12 年級加深加廣選修甲：二項分佈、幾何分佈應用於機率值合理性檢定。
高中 12 年級加深加廣選修乙：二項分佈應用於機率值合理性檢定。
- 數列級數的單元學習設計**
國中 8 年級：認識數列(等差與等比)與等差級數。
高中 10 年級：等差數列級數，等比數列級數極有限項遞迴數列。
高中 12 年級加深加廣選修甲：數列極限、無窮等比級數與 Σ 符號。
高中 12 年級加深加廣選修乙：無窮等比級數。

4. 指數的單元學習設計

國中7年級：指數的意義與指數律。
高中10年級：認識指數符號，並能操作計算機中的指數運算。
高中11年級A類課程：對數律、指數與對數函數。
高中11年級B類課程：按比例成長模型與 e 的認識。
高中12年級加廣選修甲：認識標準指數函數、自然對數函數(不納入大考)。

圖三：108數學課綱螺旋式小單元課程設計

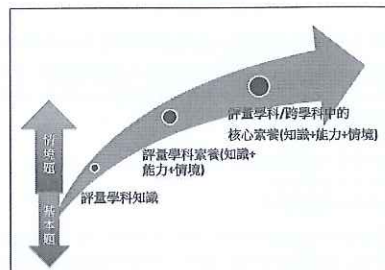


5

學重若輕——以數學素養為導向的評量架構

依據國家教育研究院所公布的素養導向「紙本測驗」要素，以及大學入學考試中心108數學課綱與素養導向命題精進方向，彙整相關研究素養導向的命題思考指出，學科知識是素養的基礎，也是素養命題不可或缺的成分；而所謂的素養導向試題，主要便是強調將學科相關知識，應用於解決生活或學術探究情境的問題。以數學領域為例，在演算、推理、解題等評量學科知識的「基本題」之外，更應能以數學觀念，運用數學符號進行閱讀理解、邏輯思考、處理真實世界中的「情境題」，並用以呈現關係、表示問題內涵解題等。下圖便是高中數學學科中心108數學課綱教學評量資源研發團隊，針對素養評量所改編繪製的素養評量概念圖。

圖四：數學素養評量概念圖



108 數學課綱的素養課程設計理念，跟總綱的理念一致，而這份課綱的素養導向學習內容和學習表現，總括一句話來說就是：為支持終身學習所需的數學知識、能力與態度。尤其數學課程要教育的「態度」可以分兩方面詮釋：一是「如何運用它解決真實問題」的意識，二是運用特別的「數學思維方式」。數學的特長之一就是抽象，而抽象賦予數學真正的威力，所以數學的學習不可能完全依賴物質的真實世界。因此素養評量不僅用在總結性評量(例如學期中考試和大學學測)，也用在形成性評量。而素養導向命題重點方向，包括下列三個面向：

- (1) 情境化：試題素材引用生活情境或學術探究等情境。
- (2) 整合應用能力：包括閱讀理解、邏輯思考、圖表判讀、批判思考、歷史解釋、資料證據應用等。
- (3) 跨領域、跨學科：善用不同領域或學科所學，來處理一個主題或議題式的相關問題。

6

五、資源連結-共備 123，讓我們一起築夢踏實

素養導向的課程教學與評量主要是在培育學生解決現在與未來生活問題的能力，然而多數的生活問題經常是跨領域，且常有新的時代需求議題產生，因此非單獨的科目可以解決。所以素養試題評量模組架構，結合數學在科學、資訊、社會科學與藝術等領域的需求，藉生活情境來引導，以操作活動進行來設計相關素養導向的評量試題，以服務十二年國民基本教育數學課程的基本理念。特別是在課堂中在建立「數感」的覺知的過程中培育數學力，來實施素養為導向的素養教學與評量。尤其提供優質的基礎課堂實作評量，結合主題式課程，進行紙筆測驗、分組探究、小組報告、檔案評量、實作評量等多元評量，從單科或跨域協作及學科本質、素養導向的情境說明或議題融入形成性、診斷性與總結性評量當中，為學生日後進入大學、職場與社會做充分的準備。

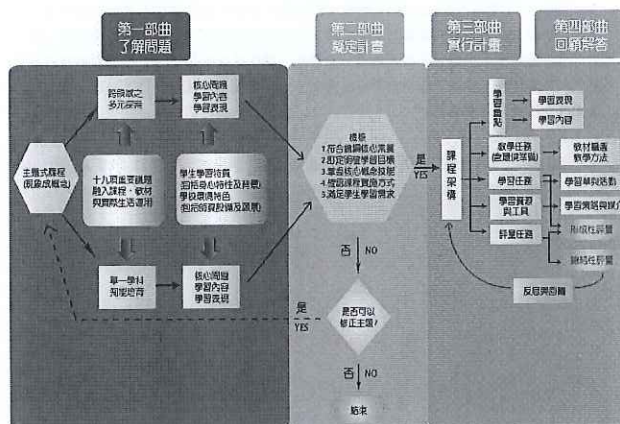
面對十二年國民基本教育數學新課程即將實施，促使臺灣中學的數學教育，面臨新的變革與挑戰。特別強調以學習者為中心的教學，以提升課堂的學習效能；尤其是新的課程綱要，是以數學素養為核心來建構高中數學的教與學。因此冀望各校數學教師，能匯聚教學專業智慧與熱忱，同領域(或跨領域)的組成教師專業學習社群，經歷共同發想與合作，依照學校數學課程學習氛圍與學生學習背景，從審定教科書中挑選一本教科書作為共備教材，接續透過公開授課與議課，發展至少兩種適當的教學方案與適當的教學實作探索活動及學習策略，並針對不同學習程度共同設計至少三種多元差異化評量(例如基礎C、進階B與挑戰A三個層級)。

►展望：
承先啟後專業匯聚123
►挑選一本數學課本 師生共備
►發展兩版式教學方法 精彩授課
►研發三層次評量試題 卓越展現

此外透過數學學科中心協作機制以及前導學校數學課程規劃研發能力，提供各類型多元選修數學課程設計、素養評量研發與台達電應聘數學新課程等教學資源，提供各類型高中(包含普通型、技術型與綜合高中)執行數學課綱實施相關配套措施建置與課程推動工作，結合部定必修(含A類與B類)與加深加廣選修數學甲、乙，甚至是校訂必修核心課程架構，來研訂校訂多元選修數學課程。而普通高中數學學科中心資源研發小組在數學領綱教授指導下，融入著名匈牙利數學教育家波利亞(George Polya, 1887-1985)在《怎樣解題(How to Solve It?)》一書中提出解題的四個階段：「了解問題、擬訂計畫、實行計畫、回顧解答」，將其轉化成以數學素養為導向的課程教學設計四部曲。構思以數學素養為導向的教學設計流程圖(如下圖)，結合十九項重要議題進行規劃設計並適切融入。

7

圖五：以數學素養為導向的教學設計流程圖



希望能藉此拋磚引玉，提供相關課程設計流程，作為來研發主題式課程發展(含議題融入)或跨領域課程之參考。期許第一線數學教師攜手同行築夢踏實，讓素養導向的教學評量能在課堂中實踐，相信我們可以做得更好的！

8

六、相關資源網站：



1. 國家教育研究院網站 <http://naer.edu.tw>

- (1)十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學-數學領域。
(教育部 107 年 7 月 26 日發布令)
- (2)十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校-數學領域課程手冊。(國家教育研究院 107 年 12 月公告)
- (3)十二年國教課程綱要數學課程素養導向課程設計與教學案例及教學模組。
(國家教育研究院 106 年 6 月公告)

2. 普通數學學科中心網站 <http://mathcenter.ck.tp.edu.tw>

- (1)十二年國民基本教育課程綱要高中新舊數學領域銜接教材與教學資源手冊。
(普通型高中數學學科中心專案小組編撰 107 年 9 月)
- (2)十二年國民基本教育課程綱要普通型高中數學領域教學設備基準草案。(普通型高中數學學科中心專案小組編撰 107 年 11 月)

3. 大學入學考試中心 <http://www.ccec.edu.tw>

4. 數位學習平台

- [1]國家教育研究院愛學網學習平台 <http://stv.moe.edu.tw/>
- [2]台達電店課師高中職學習平台 <http://deltamoox.net>
- [3]臺北市酷課雲學習平台 <http://cooc.tp.edu.tw>
- [4]均一教育平台 <http://www.juniacademy.org>
- [5]翻轉教室 <http://www.fliptw.org>
- [6]學習共同體 <http://lstudy.ssps.ntpc.edu.tw>
- [7]可汗學院：<https://www.khanacademy.org>



七、教育部普通高中數學學科中心課程地圖研發推廣小組名單

指導教授：

- 國立臺灣大學張鎮華名譽教授 108 課綱數學領域總召集人
國立中央大學吳維彰教授 108 數學課綱高中分組召集人

研發與協作團隊：

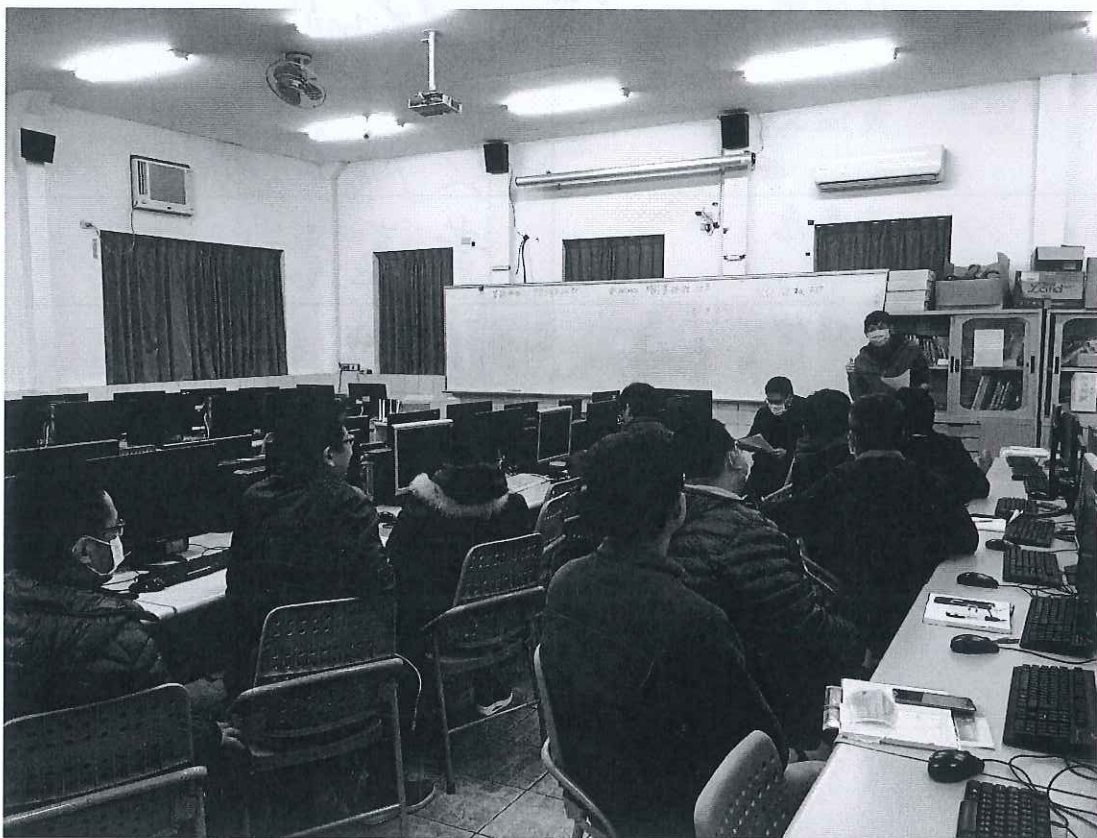
1. 臺北市建國高中徐建國校長
計畫主持人-數學學科中心主任
2. 臺北市建國高中蔡哲銘主任
協同計畫主持人-數學學科中心執行秘書
3. 臺北市建國高中曾政清老師
專任研究教師-108 課綱數學領域副召集人
4. 國立新豐高中王人傑主任
兼任研究教師-108 綜高課綱數學領域委員
5. 國立竹北高中蕭佑政老師
兼任研究教師-數學學科中心核心種子教師
6. 國立竹南高中李政豐老師
兼任研究教師-數學學科中心資源研發教師
7. 國立北門高中 紀志聰老師
臺南市課程督學-數學學科中心種子教師
8. 臺南市立臺南女中姜培元老師
普通高中數學學科中心計算機前導學校協作教師

時雨高中 數學科 教師專業社群 簽到表

時間：108 年 12 月 25 日	地點：電腦教室
主題：數學素養教學評量	主席：蔡孟學老師

教師	簽到
宋昭明	宋昭明
陳力成	陳力成
蔡明妃	蔡明妃
邱智揚	邱智揚
陳嘉浩	陳嘉浩
林淑涵	林淑涵
林亦鵬	林亦鵬
黃俊文	黃俊文
黃嘉惠	黃嘉惠
陳錫偉	陳錫偉
陳見任	陳見任
江建霖	江建霖
蔡孟學	蔡孟學
林家羣	林家羣

會議記錄



十二年國民基本教育 數學領域 素養導向的評量



24

數學素養評量的目的

- ◆ 評判「素養導向課程」在學習過程中的成效。
- ◆ 提供「素養導向之課程設計」的參考依據。
- ◆ 學習評量，肩負評判學習成效的任務。

26

素養導向命題重點方向

- 情境化** 試題素材引用生活情境或學術探究等情境。
- 整合應用** 閱讀理解、邏輯思考、圖表判讀、批判思考、歷史解釋辨析、資料證據等應用。
- 跨領域跨學科** 有趣、有意義的問題通常也是跨領域、跨學科的。

28

素養導向評量要素

(1) 情境脈絡問題

- ◆ 強調應用核心知識與技能，以解決情境脈絡中的問題。
- ◆ 素養導向之問題應儘可能接近真實世界。
例如：日常生活情境或是學術探究情境中會問的問題。
- ◆ 貼近真實世界的「準真實情境」或「設定情境」的問題。

30

素養導向評量要素

(2) 強調跨領域或跨學科能力

- ◆ 真實世界中的問題常沒有學科領域的界線。
- ◆ 素養導向的評量適合測量如多元表徵、閱讀理解等。
- ◆ 系統性思考等跨學科，甚至跨領域的共同能力。

32

素養評量的內涵

- ◆ 數學學科知識的素養。
- ◆ 應用到學習、生活與職業生涯的素養。
- ◆ 正確使用工具的素養。
- ◆ 有效與他人溝通的素養。

25

素養導向評量的三大原則

(國家教育研究院)

不僅評量學生的知識與技能，而且評量學生的態度。

重學習結果也重學習歷程，總結性與形成性的評量兼重。

強調對於學生能整合所學並應用於特定情境中的評量。

語言、非語言的傳達。

發現、討論、表達、與感受的歷程。

生活、科技、人文等連結的評量。

27

符合素養導向評量要素

- ◆ (準)真實性的問題：(貼近)真實情境脈絡的問題。
- ◆ 跨領域或跨學科：數學內跨領域之連結的題目。
- ◆ 解決生活問題：生活上實際會面臨的問題。
- ◆ 正確使用工具：在適當的時機選擇合適的工具。

29

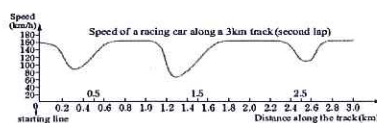
下圖是某年六月三地同一時間所顯示的時刻。如果雪梨的小櫻想要和柏林的鳴人、倫敦的卡卡西上網聊天，扣除三地的小朋友每日當地時間清晨0時至上午7時皆要睡眠休息，試問雪梨的小櫻最佳上網時間為何？



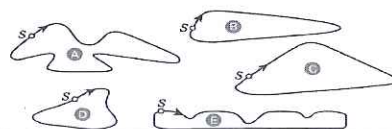
參考答案 上午7~9點；下午5點至午夜12點。

31

(2006PISA 試題) — 跨領域 (數學與物理) 共同核心素養
下圖顯示一輛賽車在跑第二圈時，沿著一個平坦、3km 長軌道的速度變化。



在此有五條軌道的圖形：沿著哪個軌道駕駛賽車，會繪出如前述的速度變化圖？



33



素養導向評量要素

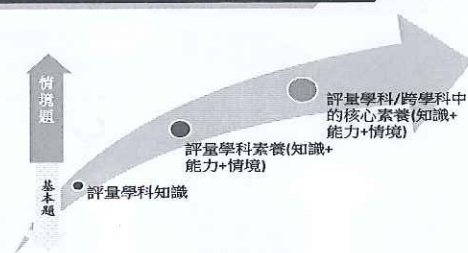
(3)運用在實際生活的解決問題

- ◆ 不僅評量學生的知識與技能，也重視其解決問題的態度。
- ◆ PISA國際調查認為，透過生活化的測驗情境可以同時測得學生的能力與態度。

34



素養導向評量層次



筆者依據國家教育研究院素 106 年 11 月所公布的素養導向「紙本測驗」要素（草案 V4 版）將素養評量要點略略解釋與舉例說明如下：

36



概念澄清

素養評量 VS 工具

正確使用工具(計算機)是一種重要的素養。

不須強行設計「計算機考題」。

38



概念澄清

素養評量 VS PISA

致力於研發「PISA水準」的試題，是我們努力的方向，命題時盡量避免不自然、人為的應用問題。

如果一份考卷所有題目都是這種題目，那可能是一個大災難。

40



素養導向評量要素

(4)正確使用工具的素養

汽車駕駛在座位上的位置及高度會影響其視野，我們可以畫出一條視線找出司機的視野。視線是一條從司機眼睛透過車身前緣延伸至地面的假想線，在視線下方的區域是司機的盲點。(司機看不見的地方)



已知這輛貨車司機的眼睛高度位在A點正上方1.5公尺處，司機的視線與水平線的夾角為 $18^{\circ}25'$ ，兒童身高1公尺站在B點。

請利用電子計算機求出A與B的兩點距離？

(改編自大學入學考試中心106年研究用試題)



35



概念澄清

素養評量 VS 數學知識

數學學科知識也是數學素養的一部分。

紮實的數學知識也是素養。

不是所有數學知識評量都是素養評量。

37



概念澄清

素養評量 VS 情境

情境入題為連接學生的所學與應用，幫助學習。

為情境而情境的試題，不但遠離了素養，更像是「人工難題」，導引學生偏離學習數學的旨趣，也助長了「數學虛假而無用」的錯誤觀念。

39



總結

- ◆ 素養導向評量是素養導向課程的測驗工具。
- ◆ 素養導向評量不是一種題型。
- ◆ 評量學科基礎知識也是一種素養導向的內容。
- ◆ 情境式考題、跨領域問題是素養導向評量的取材範疇，但趨向真實世界的問題設計才是素養導向評量的目標。
- ◆ 工具及資訊的使用是素養導向評量的重要元素。

41