

109 年度 上學期 時雨高中 數學領域教師專業學習社群申請書

社群名稱	時雨數學社		
社群類型	☐ 年級別 ☒ 學科/領域/學群 ☐ 學校任務 ☐ 專業發展主題 ☐ 其他(請註明：_____)		
召集人	宋昭明	聯絡電話	0224962217
組成目的	經由教師間專業對話，分享與研討數學領域專業、同儕省思對話、主題探討、教學觀察與回饋、主題經驗分享、學習與評量、專題講座、案例分析等相關議題，以促進學生獲得更佳的學習成效為目的。		
社群成員	姓名	任教科目	姓名
	陳力成	數學	黃俊文
	黃嘉惠	數學	陳見任
	蔡明妃	數學	陳錫偉
	邱智揚	數學	蔡孟學
	陳嘉浩	數學	郭哲凱
	林淑涵	數學	宋昭明
	林亦鵬	數學	林家羣
一、年度目標： 1. 定期進行數學領域的試題分析 2. 充實數學領域的專業知能 3. 分析學生的迷失概念，規劃有效的教學策略 4. 社群成員學習分享教學策略，並實施於教學中，使學生的學習更具成效。 5. 社群成員分享及檢討教材及實施狀況，持續修正使其內容更具實用性與可行性。 6. 社群成員分享及檢討學生學習狀況與成效，持續彙整及修編評量方式，使其更實用完整。 二、與教師專業發展評鑑的關連性：(未參與教師專業發展評鑑免填) 1. 將教師專業發展評鑑之教學觀察、檔案製作等融入教師專業社群，反思並尋找數學專業成長。 三、預定進行方式(可複選)： ☒教學觀察與回饋 ☒主題探討(含專書、影帶) ☒主題經驗分享 ☐教學檔案製作 ☒專題講座 ☐新進教師輔導 ☒標竿楷模學習 ☐新課程發展 ☐教學方法創新 ☒教學媒材研發 ☐行動研究 ☐協同備課 ☒同儕省思對話 ☒案例分析 ☒專業領域研討 ☐其他_____			

四、年度進度規劃：

場次	日期/ 時間	實施內容	實施方式	講師/ 主持人	地點/備註
1	09/02 (三) 13:25~15:05	領域會議研習課程討論、工作分配	同儕省思對話	郭哲凱	電腦教室
2	10/07(三) 13:25~15:05	講座：如何命一道有意思的數學題目	影片研習座談	蔡明妃	電腦教室
3	10/21(三) 13:25~15:05	段考一試題分析與檢討	同儕省思對話	陳嘉浩	電腦教室
4	11/11(三) 13:25~15:05	講座：翻轉之前～TRML 數學競賽校內培訓心得分享	影片研習座談	邱智揚	電腦教室
5	12/02(三) 13:25~15:05	段考二試題分析與檢討	同儕省思對話	林亦鵬	電腦教室
6	12/23(三) 13:25~15:05	講座：108 課綱數 A 數 B 差異	教學方法經驗分享與學期課程計畫討論	蔡孟學	電腦教室
7	01/13(三) 13:25~15:05	期末考試題分析與檢討	同儕省思對話	陳力成	電腦教室

五、預期效益與檢核方式：

預期效益	具體檢核方式
有效分析數學領域試題	完成三次段考的試題分析
提升學生學習意願，進行有效教學	研發教學媒材，進行實際教學
充分了解新課綱的架構與內涵	教學實務或專業能力有效提升

六、經費概算表

項次		內容		數量	單位	單價	總價	備註
業務費	1	外聘講座引言費*			場	1000		
	2	外聘講座鐘點費**			時	1600		
	3	講師交通費						核實編列
	4	資料蒐集費			場			核實編列
	5	印刷費	(1)學習資料	7	場	200	1400	每 1 場得申請 200 元，每一個社群最多申請 3000 元
			(2)成果報告	6	本	250	1500	每一社群結束時，須完成一份成果報告（六本）
	6	膳食費		15	人	20	300	每一場研討每人得編列茶水費 20 元
雜支							160	不得超過 5%
合計							3360	
總計：新台幣 3570 元整						備註：業務費得依實際相互勾支。		
註：1. 外聘講座（含大專校院教授與校外中小學教師）引言並參與討論，每社群計畫申請以三次為限。								
2. 外聘講座（含大專校院教授與校外中小學教師）演講鐘點費，每社群計畫申請以 三次為限。								
3. 校內教師分享不得支領引言費或鐘點費。								
承辦主任			會計			校 長		

時雨高中 數學科 教師專業社群 簽到表

時間：109 年 10 月 7 日	地點：電腦教室
主題：如何命一道有意思的數學題目	主席：蔡明妃老師

教師	簽到
宋昭明	宋昭明
陳力成	陳力成
蔡明妃	蔡明妃
邱智揚	邱智揚
陳嘉浩	陳嘉浩
林淑涵	林淑涵
林亦鵬	林亦鵬
黃俊文	黃俊文
黃嘉惠	黃嘉惠
陳錫偉	陳錫偉
陳見任	陳見任
郭哲凱	郭哲凱
蔡孟學	蔡孟學
林家羣	林家羣

會議記錄



如何命一道有意思的數學題目

◎許志農 / 台灣師範大學數學系

① 數學題目是數學教學的核心…頭腦是關鍵，但也是障礙

有命題經驗的人都容易體會「命一道難題比較容易，反而是想一道有意思的容易題比較困難。」如果檢視過去幾年學測與指考的數學考題，比較有鑑別度與深受好評的常常是有創意的容易題或簡易的概念題。市面上的講義、參考書難題充斥，所缺乏的就是創意的容易題或簡易的概念題，也因為這樣，高中老師對有創意的容易題或簡易的概念題會讚不絕口。這類題目除了滿足老師教學需求外，也充實他們的講義內容，活化他們的頭腦思維。事實上，想一道有意思的容易題或概念題與命一道難題是頭腦不同部位的運作，分別來自右後腦、發明能力的右後腦與重視邏輯推理的左後腦。經常命難題的老師，習慣左後腦思考，經年累月之後，遺忘了右後腦的存在。書商的題庫光碟就是為這樣的人而準備的，因為電腦就是左後腦的替代品。懶得用左後腦思考的人就以題庫光碟來替代。題庫光碟就像上癮的人吸食毒品一樣，毒品會讓人興奮，但這是廢品，不是自然的興奮。

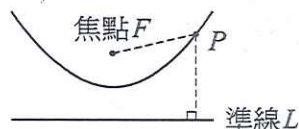
命題過程比較像是旅遊活動，沿途映入眼簾的風景山水與經歷都是難得的經驗，是將來按圖索驥的依靠。只有把命題當成旅遊，才有重溫舊夢的可能，也可以回味無窮。而利用光碟題庫命題只算是旅程，只問終點，只求目的地，遺漏過程，甚至不在乎過

程。如果你從台北經濱海、北宜公路或健走淡蘭古道到宜蘭，就知道旅遊是何事，但是通過雪山隧道的北宜高速公路到宜蘭，比較像是旅程，只是以宜蘭為終點的一趟機械式開車之旅。題庫光碟只是左後腦思考的廢品，沒辦法超越你的命題，更難選出有點子或創意的試題。健全的數學老師應該左、右後腦並重，拋去會讓你上癮的題庫光碟，這樣所得到的快樂與成就感才是真實，不虛幻的。

讓出點子、創意的右後腦與提供技術、技巧的左後腦均勻發展，一併使用，才能命出一道好題目。現在就以一道拋物線的概念題作例子，點出何謂有意思的簡易題或概念題？基隆女中的方璞政老師告訴我他如何以活動式的教案帶領學生學習拋物線的基本性質，大略是這樣進行：

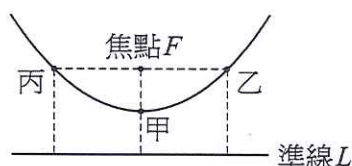
〈拋物線幾何定義〉

平面上給定直線 L 與不在 L 上的一點 F ，所有到 L 的距離等於到 F 的距離之動點 P 所形成的圖形稱為拋物線，其中直線 L 稱為準線，點 F 稱為焦點，如下圖所示。



在圓錐曲線這章給出拋物線的幾何定義之後，璞政老師以活動式的教學方式讓學生

體會拋物線的約略圖形及基本性質。以教室黑板下邊的直線 L 當準線，他的腳所立足的點 F 當焦點，依序請甲、乙、丙三位同學出列，分別叫他們選定拋物線上的點站著。一般而言，最先選擇的甲同學會站在老師（焦點 F ）至直線 L 連接線段的中點，因為線段中點到兩端的距離相等，符合拋物線的定義，如下圖所示。



接下來選位置的乙同學可能為難一點，但是經過一番思考之後，由老師站立的點 F 往右，平行黑板下邊的準線 L 移動，當移動的距離與 F 到準線 L 的距離相等時，這個點就會滿足拋物線的定義。也就是讓老師站立的點，乙站立的點及他們到準線的垂足，這四點構成正方形。經過這番分析之後，乙同學也找到拋物線上的點，並得到拋物線的正方形性質。

最後輪到丙同學找點了，因為容易想到的點已經被前兩位同學占走了，所以最後上場的人總是吃虧的。但這也是讓丙同學發揮創意的時候，經過摸索之後，利用對稱的原理，丙同學應該可以找到上圖中的點。

在這活動完成之後，老師就可以做個總結：由焦點及準線出發，可以畫出兩個正方形，從這兩個正方形可以發現三個落在拋物線上的點，而且拋物線的圖形應該對稱於過焦點，又與準線垂直的直線，稱此直線為對稱軸。

在完成拋物線的基本性質推導之後，讓學生練習一道概念題總是無法避免的。問題是：拋物線不容易有很棒的概念題，這是因

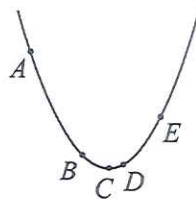
為我們對拋物線太過熟悉，甚至熟悉到變成機械性思考，也就是讓頭腦完全處於左後腦的思考。這樣變成需要創意、點子的右後腦被擱置，概念題當然很難被命出來。有意思的概念題必須透過創意、點子的右後腦才能完成。接下來的概念題是我與方璦政老師在討論中提出的：

〈拋物線的概念題〉

下圖是一張科學家所記錄的草圖，草圖是描繪一顆繞著太陽運行的彗星之軌跡，其中的五點

A, B, C, D, E

是科學家觀察到所在的位置。經過仔細的計算，這顆彗星所運行的軌跡是一條拋物線，如圖中所示。



根據這張草圖，彗星在被觀察到的五點 A, B, C, D, E 與太陽的距離之大小順序為何？

如果單純的從拋物線的定義出發，將很快知道這概念題的答案；但是如果想太多，反而自討苦吃。

【練習 1】當你教完橢圓的幾何定義，在還沒有進入橢圓的方程式之前，你會教怎樣的橢圓概念題呢？試著命看看吧！

最後我們以一則故事結束這一節：當愛迪生發明電燈泡讓電第一次來到維也納時，佛洛伊德的一位朋友來看望他，他從未看過電。晚上佛洛伊德留他在他的房間休息，他

遇到困難，他站在床上，他試著以吹熄蠟燭的方法去吹熄電燈，一吹再吹，始終無法吹熄電燈。他不願回去問佛洛伊德，那顯得他太無知了。他從鄉下來，他怕人家笑他「土包子進城」，那不太好。所以他用一個毛巾把燈蓋住去睡覺了。他睡得不太好，他一再地想，一定有一些什麼方法。

早上當佛洛伊德問他，你睡得好嗎？他說，都很好，就是一件事情我想問問，如何吹熄那盞燈？佛洛伊德說，你一點也不知道電，這沒關係，只要懂得「順籐摸瓜」這句成語就行了，循著電線往源頭摸索，開關就在牆上，你按下這個開關，燈就滅了。這跟人們作夢必須追溯到嬰兒時期的壓抑道理一樣，只有這樣才能解析夢所要傳遞的意義。順著這樣的道理，我完成了《夢的解析》這本大作。

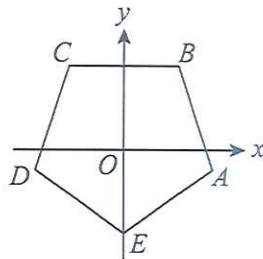
用左後腦思考的模式有點像鑽牛角尖，選擇從半徑稍大的地方進入，然後透過嚴謹的邏輯推理，逐漸縮小思考層面，最後到達一個點（牛角尖），但有時卻是死胡同。這樣的思考模式對考試或許有些幫忙，但對點子或創造力的培養是有害的。

② 何謂有意思的題目…以靈活、巧妙、美麗取代難、偏、怪

有意思的題目應以「靈活而不難、巧妙而不偏、美麗而不怪」為準繩，而且「有意思」是指對中學生來說有意思。例如八十七學年度社會組選擇題第1題：

例題 1 設 $ABCDE$ 是坐標平面上的一個正五邊形，它的中心與原點重合，且頂點 E 在 y 軸的負向（如圖所示）。試問下列各直線中，斜率最小者為何？

- (A) 直線 AB
- (B) 直線 BC
- (C) 直線 CD
- (D) 直線 DE
- (E) 直線 EA 。



就是一道靈活而不難、巧妙而不偏、美麗而不怪的有意思試題，而且此題的答對率 50%，鑑別度 0.74 都是很好的數字。但同樣是大學聯考試題：

例題 2 求證實係數矩陣的行列式

$$\begin{vmatrix} 0 & a & b & c \\ -a & 0 & d & e \\ -b & -d & 0 & f \\ -c & -e & -f & 0 \end{vmatrix} \geq 0.$$

這個命題對「非專家」來說，不具意義，對中學生來說，更是毫無意義。沒意思的考題，學生很難掌握其竅門，不可能有太好的鑑別度。對中學生而言，這道題目算是難、偏且怪的試題。

九十四學年度指考《數學甲》多選題第九題：

例題 3 有一條拋物線位於坐標平面之上半面（即其 y 坐標 ≥ 0 ），並與 x 軸、直線 $y = x - 1$ 、直線 $y = -x - 1$ 相切。下列敘述何者正確：

- (A) 此拋物線的對稱軸必為 y 軸
- (B) 若此拋物線對稱軸為 y 軸，則其焦距為 1（註：拋物線的焦距為焦點到頂點的距離）
- (C) 此拋物線的頂點必在 x 軸上
- (D) 有不只一條拋物線滿足此條件。

這道題目雖不怪，但卻是難與偏的結

合，從鑑別度幾乎等於 0 可以看出，在短時間內，學生沒辦法處理這樣的題目。

【練習 2】試著想一道不理想的聯考題。

在此我們列舉幾道「靈活而不難、巧妙而不偏、美麗而不怪」的聯考試題。九十五學年度學科能力測驗《數學考科》多選題第 11 題：

時雨高中 數學科 教師專業社群 簽到表

時間：109 年 11 月 11 日	地點：電腦教室
主題：翻轉之前～TRML 數學競賽校內 培訓心得分享	主席：邱智揚老師

教師	簽到
宋昭明	宋昭明
陳力成	陳力成
蔡明妃	蔡明妃
邱智揚	邱智揚
陳嘉浩	陳嘉浩
林淑涵	林淑涵
林亦鵬	林亦鵬
黃俊文	黃俊文
黃嘉惠	黃嘉惠
陳錫偉	陳錫偉
陳見任	陳見任
郭哲凱	郭哲凱
蔡孟學	蔡孟學
林家羣	林家羣

會議記錄



翻轉之前~TRML數學競賽校內培訓心得分享

林芳綺／新北市中和高中

一、前言》

如何提升學生的學習興趣，讓數學不再是學生感到挫敗畏懼的科目，一直是許多數學教師努力的目標。然而，在點燃學生的學習熱情之前，不如先由自身反思，當初喜歡數學的那份初衷從何而來。

筆者在高一時，因為國中同學的邀約，在毫無任何準備之下一起報名當年首屆 TRML 數學競賽，由於是第一年舉辦，不但免報名費而且報名隊伍不多，所有隊伍全都在師大附中一起比賽。這個競賽不同於以往個人的紙筆測驗，而是要求 15 人共組一隊的團體戰，比賽內容分為團體賽、思考賽、接力賽與個人賽，以四項累計的總得分來決定名次。印象中，我們這一群不明究理的傻蛋，是在考卷發下去之後，才開始了解比賽的規則是什麼，「什麼？！比賽可以講話？！可以討論？！哇！那現在要幹嘛？」，於是嘰嘰喳喳的開始討論到底要如何分配題目。團體賽結束換思考賽時，我們以為規則相同，就照舊的將題目用題號隨意分配，直到分到後面幾題的同學哀號大叫「這跟剛剛不一樣啦！！！！不能這樣分啦！」，於是又得重新討論該怎麼做。而接力賽雖然無法討論，但是考驗著同學間的默契與計算速度，尤其鄰隊同學快速傳答案時，無形中構成一種壓力，挑起了彼此較勁的氛圍。為了不甘示弱，我們也卯起來傳紙條給後面棒次的同學，除了傳答案之外，紙條上面還附註「加油！同學！」、「算快一點啊！你行的！」，讓後面棒次的同學拿到紙條之後感到又氣又好笑。

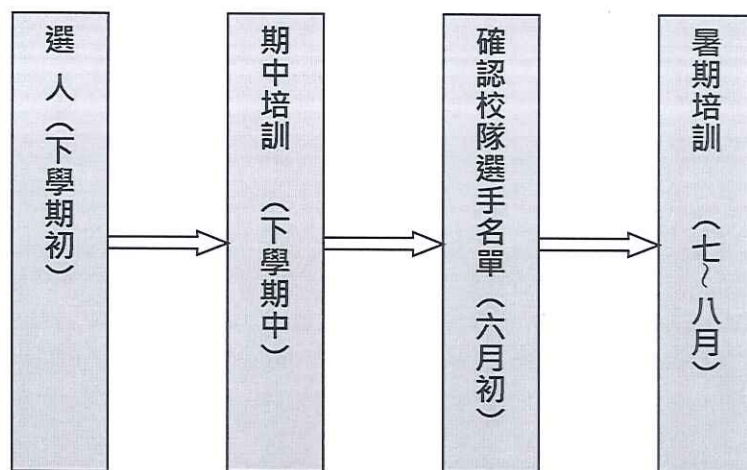
TRML 比賽在過程中不但有同學之間的互動與合作，還有對於數學的討論與思辯，這樣的體驗，不像是參加一場比賽，而像是參與一個數學營隊。我還記得，當走出考場的那一刻，心情是緊張又興奮的。也永遠記得頒獎的時候，看著來自臺灣各地對數學有興趣的高中生全數齊聚在禮堂裡，心中更是無比感動。雖然我們最後沒有獲得任何獎項，但那是我第一次感受到，面對與解決數學問題過程中所獲得的興奮與快樂是可以凌駕於獎項之上的。

事隔多年，TRML 比賽仍持續在臺灣每年八月中旬舉辦，規模已經擴展到必須在北中南三地同步舉辦。已升格為老師的我，也希望能帶領學生感受當年的感動。而本校學生入學的 PR 值約八十幾，若是想在傳統個人檢定式的數學能力競賽中勝出是極不容易的，倒不如透過 TRML 的團隊競賽，也許可以讓學生從中體會到討論數學的樂趣。

因此校內一群熱血的數學教師們決定嘗試帶領學生參與這一年一度的數學盛會，為了不負學校期望，我們先在校內選出有實力的同學後再經培訓成為學校代表隊，期望能代表學校勇奪佳績！每年的培訓模式也不斷地試驗及調整，一路跌跌撞撞的走來，至今也已經六年了。在此將這幾年來所累積的經驗與心得與各位老師分享。

二、培訓方式分享》

首先，我們培訓的流程大致可分以下四個階段，主要是集中在每學年度的下學期進行：



第一階段：選人

選人的原則是希望竭盡所能地網羅校內對數學有相當興趣也有一定實力的同學。採用過的方式有(一)校內海選：將下學期原訂開學複習考的時間更改為數學競試，就可讓全校同學共同參與。(二)數學競試：公告 TRML 校隊選手要招兵買馬，再利用班週會的時間讓同學採自願報名的方式參加競試。(三)師長推薦：請各班數學老師，推薦班上平時表現優秀但競試失常的學生。

若學校能有配合的時間，那麼(一)+(三)是較沒有遺珠之憾的。若是時間上剛好無法配合，那麼(二)+(三)也是一個折衷的辦法。不過，為避免部分同學沒有意願或者最後臨時退出的情況，至少要篩選出預定人數的二至三倍，才能預防及避免最後人數過少不足額的情形。

第二階段：期中培訓

在選出人才也確認其意願之後，學生必須參加期中培訓。培訓時間為平日的晚上，每週一次或兩週一次，考量學生段考或其他活動會適度暫停，整學期約培訓八次。我們曾嘗試過的培訓方式與教材如下：

(一)主題式教學：將 TRML 歷屆試題分類為「數論」、「函數」、「組合」、「國中幾何」、「三角」、「極值」等不同主題，重新排版編成講義後，每週以一個主題為主，用考古題加強學生能力。不過缺點是學生面對實際比賽時，難以應付綜合性試題。而且學生一味單向地聽課，能吸收的分量也是有限。

(二)寫 ARML 試題：每次上課前先給學生一回 ARML 團體賽試題，做為回家功課，之後再利用課堂上講解。希望學生能夠在課餘時間對題目有充足的思考，但缺點是學生往往疲於應付平時課業，後期作業的完成度及出席率往往每況愈下。

(三)仿 TRML 組隊競賽：上課之前先讓學生自行組成三人小組。所有培訓題目由老師自編，每次培訓就仿照 TRML 模式進行團體賽 5 題共 20 分鐘，個人賽一回合 2 題 10 分鐘，共兩回

合。接力賽一回合 6 分鐘，共兩回合。小組各自取隊名，記錄每次的小隊與個人成績，最終累計個人最高分以及團體最高分，在週會時進行頒獎。

此法的優點是利用小組的力量可適當鼓勵學生的出席率，因為如果缺少 1 人，接力賽會少一棒，而團隊分數也會受到影響。再者，由於培訓的過程就是模擬競賽，也讓學生更加熟悉比賽的規則，並能及早從過程中學會分工合作。此外，同學先將題目充分思考討論後老師們再來檢討錯誤，會比直接授課來得更具有學習效果。這也是目前我們認為最值得推薦的培訓方式。

一開始學生最初接觸團體賽時，總不習慣寫數學是可以互相討論的，常常在考卷發下去後全班便陷入一片寂靜，這樣的閉門造車也會讓一開始的答對題數不盡理想。幾番鼓勵後，他們才慢慢從互動中了解彼此的長短處，並學會互助合作。當同學一旦有了互動，就會發現有同學想法都對，但屢算屢錯，需要另一個隊友幫他驗算才可以得分。所以團體賽的分工，可以是死板的從題號上分工（例如：甲寫第 1、2 題，乙寫第 3、4 題，丙寫第 5 題），進階到步驟上的分工（例如：甲想到一半接不下去，問過乙之後，再由乙把它算完），更可以是主題上的分工（例如：甲負責代數、乙負責幾何、丙負責組合計算）。培訓到後期，教室總是沸沸揚揚的一片，不時傳出此起彼落的吐槽聲，或因答對或猜對產生的尖叫歡呼聲，在夜晚寂靜的校園中，形成一種強烈的對比。

第三階段：確認選手名單

在六月初報名 TRML 之前，我們會舉行最終結訓考，用學生期中培訓以來的出席狀況、平時表現以及結訓考的成績，決定出最後的校隊選手。組隊方式如下：

(一)能力分隊：依據學生實力，依序分隊。

(二)親疏分隊：將培訓過程中搭配較好，已有固定討論模式的同學組合儘量分到同一隊中。

(三)年級分隊：高三集中在一隊，若有不足再從高二遞補。

其實以上三種方法各有優缺點，也並非絕對，往往在報名的那個禮拜，老師們必須傷透腦筋，綜合考量每位同學年級、實力、搭配情況、熟識程度等等多種因素，才能決定好最後的組隊名單。但原則上必有一隊主力隊伍，期待他們能在比賽中大放異彩。

另外，我們也發現，若是該隊組合是高三配高二生，則高三的學長姐因為不想在學弟妹面前丟臉，總能因此鞭策自己，力求表現。因此在非主力隊伍的名單中，我們會儘可能的安排幾位不怕生的高三生與學弟妹一起搭配，會有良好的催化效果。

第四階段：暑期培訓（針對各種類型考試訓練）

暑假培訓的重點是整合各隊員的能力，讓 15 個人彼此熟悉，並能在比賽中將團隊默契發揮到最大值。七、八月會有數次的培訓，每次約莫半天。培訓的方式是利用 TRML 歷屆考古題，每次寫團體賽加個人賽，或思考賽加接力賽。

團體賽的分工方式會由各隊隊長自行討論與調整，基本分法是將 15 人分為 3 人一串的小組，每一串依序寫（第 1、2 題）、（第 3、4 題）、（第 5、6 題）、（第 7、8 題）、（第 9、10 題）。並在教室中將各小組形成環狀排列。但因為每個人擅長領域不同，若是分配到的題目該小組沒有任何想法，就要趕快在時間內與隔壁小組交換題目。而過程中也需要有一位同學負責在各組之間穿針引線，通知大家還有哪些尚未解決的題目。

接力賽的分工方式則是依照每棒的屬性不同而略有調整。第一棒挑選計算能力快，抗壓性強的同學。而第二棒的同學則挑選在不曉得前方同學答案的情況下，能用未知變數代入題目，以做猜答的同學。第三棒的同學不但要有第二棒的能力，最好還要有具數學感良好的同學，才有機會交出最後正確答案。培訓過程會讓三個人自行更換調整棒次，在一次又一次的試跑中，讓三人彼此找到自己最佳位置。

暑期培訓最大的挑戰在於學生的出席率，每次培訓要能全員到齊是十分不容易的，這時靠的就是團體的凝聚力了。加強團體凝聚力的方式如下：

(一)老師對學生的掌握度：多數培訓的學生都是我們幾位指導老師的任課班學生，我們也會在培訓過程不斷地關心學生的學習狀況，與學生建立良好的關係，拉近彼此間的距離。

(二)學長姐制的傳承：由於隊伍的組成經常會混合兩個年級，學長姐與學弟妹之間因為合作關係也建立了革命情感，當學生考上大學後，仍舊會在暑期培訓過程中回來關心在校生的狀況。而我們也會在 TRML 比賽結束後舉辦慶功宴，除了頒發參賽選手獎狀外，也歡送即將上大學的學長姐。此外，參賽選手多半也是校內理科領域的菁英，最後升大學的成績榜單也十分亮眼，請他們分享讀書心得，無形中也為學弟妹樹立了良好的榜樣。

三、培訓的後續發展與成果》

而因應 12 年國教，學校在 2012 年正式成立了第一屆數學實驗班，希望能更有系統的培育校內對數學有興趣的學生。因此，原先培訓四階段（選人→期中培訓→選手名單→暑期培訓），則可省去選人這步驟，即直接在數學班中篩選表現較好的學生出任比賽選手。再者，原先的期中培訓，則納入數學班的專題課程中，規劃成更完善整體的教學內容，逐步累積學生的實力。而原先仿 TRML 組隊的培訓模式，也導入到專題課程的教學活動中，以團體學習方式激發學生合作討論，從中活化所學，獲得成長。老師在課堂之中也盡力地鼓勵學生發表其作法，再由其他學生補充，最後才是老師總結。

而學生除了參加頗負盛名的 TRML 競賽，也組隊參加 ARML 臺灣地區選拔賽。很幸運地在 2012 年拿下國內金牌與銀牌獎，部分學生也在 2013 的 6 月代表臺灣到美國參加 ARML 比賽，拿下世界團體賽第 3 名與第 6 名，也因此獲得來自美國柏克萊大學數學系的人學邀請函。

而整理歷年學生參加 TRML 的競賽成果，也意外的發現每年成績更是蒸蒸日上：

2009 共派兩隊，僅一隊獲得「地區團體優良獎」

2010 共派兩隊，僅一隊獲得「地區團體優良獎」

2011 共派兩隊，兩隊皆獲得「地區團體優良獎」

2012 共派三隊，一隊榮獲「地區三等獎」、一隊獲得「地區團體優良獎」

2013 共派三隊，一隊榮獲「地區三等獎」、一隊獲得「地區團體優良獎」

2014 共派三隊，二隊榮獲「地區三等獎」、一隊獲得「地區團體優良獎」

四、培訓的幕後花絮》

雖然培訓時間主要是每學年度的下學期至暑假比賽前，但在這期間各位老師所投注的時間數亦優34

與心力是難以計量的。名義上每年帶隊老師只有三位，但實際參與培訓過程的老師包含趙志益、蔡韋弘（現已為建國中學教師）、林志銘、楊佳霖、林芳綺、林子靖（現已為建國中學教師），以及每年為學校注入新血的實習與代理教師。我們必須從上學期開始做好準備，包含每個禮拜召開一次社群會議，決定當年度的培訓方式以及討論教材修改與考試的出題。在培訓過程中，即便非上課老師，其餘同仁只要有空也會到班關心並指導學生。

培訓過程雖然辛苦，但所獲得的成就感也是難以言喻的。身為一個數學教師而言，在課餘時間能有一群學生可以一起分享、討論數學，也算在教學生涯中提供我們一個慰藉。而這些同學因為在培訓時培養出革命情感，所以回到班上時也會繼續地討論平時課業所遇到的難題，無形中也把討論的風氣帶入各班，甚至許多培訓學生最後升學時選擇就讀數學相關科系，在數學領域中繼續深究。

五、後記》

社會的價值觀常常是以結果論來決定一切，學生上數學課喜歡問老師「學這個要幹嘛？以後買東西又用不到」。因此當校內學生獲柏克萊入學邀請時，媒體試圖為整件事情找到一個「因」，並為那個「因」下一個聳動的標題，於是乎社群的老師們有一個名字叫「數學智囊團」，我們的教學也有一個名稱叫「翻轉教學」。其實我們也搞不清楚，我們是否在做「翻轉教學」。

事實上，事情的開始僅是一個並不偉大而很簡單的念頭。所謂的「因」，只是想在平凡的教學生涯中做一點不同的嘗試，並且試圖將每個嘗試做好而已！TRML 的培訓並不是為了讓學生能得獎而開始，也不會因學生有無獲獎而結束。因此無論學生的表現如何，社群老師們對於數學相關活動的討論也不會停止，也希望有機會能與有興趣的老師們共同交流經驗與分享心得。

時雨高中 數學科 教師專業社群 簽到表

時間：109 年 12 月 23 日	地點：電腦教室
主題：108 課綱數 A 數 B 差異	主席：蔡孟學老師

教師	簽到
宋昭明	宋昭明
陳力成	陳力成
蔡明妃	蔡明妃
邱智揚	邱智揚
陳嘉浩	陳嘉浩
林淑涵	林淑涵
林亦鵬	林亦鵬
黃俊文	黃俊文
黃嘉惠	黃嘉惠
陳錫偉	陳錫偉
陳見任	陳見任
郭哲凱	郭哲凱
蔡孟學	蔡孟學
林家羣	林家羣

會議記錄





主題

1

連續複利

一 利息問題：

1. 單利：將所獲得的利息與本金分開，每期所領取的利息固定。
2. 複利：將每期所獲得的利息加入下期的本金，因此利息會越來越多。

例

本金 100 萬元，利率 10%，分別以「單利」與「複利」計算 10 年後的本利和。

時間	單利	複利
1 年後	$100 \times (1 + 10\%) = 110$	$100 \times (1 + 10\%) = 110$
2 年後	$100 \times (1 + 10\% \times 2) = 120$	$110 \times (1 + 10\%) = 100 \times (1 + 10\%)^2 = 121$
3 年後	$100 \times (1 + 10\% \times 3) = 130$	$121 \times (1 + 10\%) = 100 \times (1 + 10\%)^3 = 133.1$
⋮	⋮	⋮
n 年後	$100 \times (1 + 10\% \times n)$	$100 \times (1 + 10\%)^n$

因此，若本金為 S ；利率為 $r\%$ ，共 n 期，

「單利」的本利和為： $S \times (1 + r\% \cdot n) \rightarrow$ 線性

「複利」的本利和為： $S \times (1 + r\%)^n \rightarrow$ 指數

二 連續複利：

本金 1 萬元，利率 100%，以「複利」計算下列計息方式的本利和。

時間	一年的期數	每期利率	複利
一年	1	$100\% = 1$	$1 \times (1 + 100\%)^1 = 2$
半年	2	$100\% \div 2 = 50\%$	$1 \times (1 + 50\%)^2 = 2.25$
一季	4	$100\% \div 4 = 25\%$	$1 \times (1 + 25\%)^4 = 2.4414$
一月	12	$100\% \div 12 \approx 8.33\%$	$1 \times (1 + 8.33\%)^{12} = 2.61207$
一週	52	$100\% \div 52 \approx 1.923\%$	$1 \times (1 + 1.923\%)^{52} = 2.69249$
一天	365	$100\% \div 365 \approx 0.274\%$	$1 \times (1 + 0.274\%)^{365} = 2.71484$

根據上表，當一年內計息次數越來越多時，本利和會趨於固定常數，此常數記作 $e \approx 2.718281828$ 。

範例 1 複利

以 10 萬存入銀行，依年利率 6%，每四個月一期，複利計算，5 年後本利和為_____。
($1.02^5 \approx 1.10$, $1.02^{15} \approx 1.35$, $1.06^5 \approx 1.34$, $1.06^{15} \approx 2.40$)

每 4 個月 1 期 $\Rightarrow$ 1 年有 3 期，5 年共有 15 期，其中期利率為 $\frac{6\%}{3} = 2\%$ 。

故所求為 $100000 \times (1 + 2\%)^{15} \approx 100000 \times 1.35 = 135000$ 。

得分攻略當場練

小華準備向銀行貸款 3 百萬元當做創業基金，其年利率為 3%，約定三年期滿一次還清貸款的本利和。銀行貸款一般以複利（每年複利一次）計息還款，但給小華創業優惠改以單利計息還款。試問在此優惠下，小華在三年期滿還款時可以比一般複利計息少繳_____元。

答：8181。

26% 答對率 104 學測

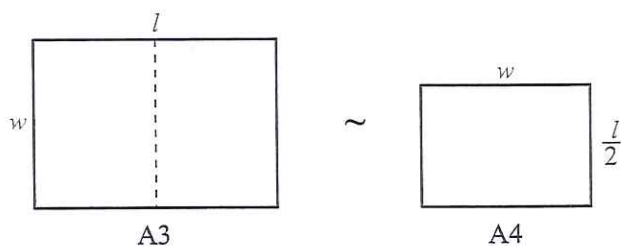


主題

2 平面上的比例

一 A 系列紙張規格：

A 系列紙張經過對半裁切後，所得紙張與原先紙張為相似形，如下圖：



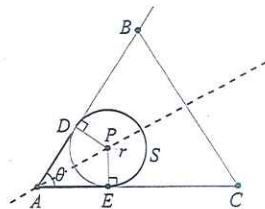
由相似性質可得比例式 $l : w = w : \frac{l}{2}$ ，故 $\frac{l}{w} = \sqrt{2} \approx 1.414$ 。

二 圓角的設計：

1. 角的頂點與兩邊之一部分換成一段圓弧：

如右圖，作 $\angle BAC$ 的角平分線，在角平分線上取適當的一點 P 。

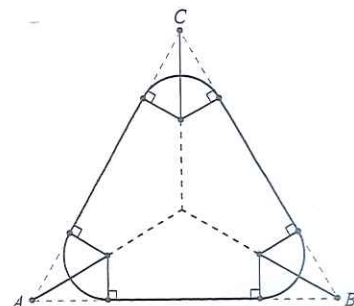
若 $\angle BAC = \theta$ ，則以 P 為圓心，以 $\overline{AP} \sin \frac{\theta}{2}$ 為半徑，作圓 S 分別切 $\angle BAC$ 的兩邊於 D, E 兩點，此時圓弧 $\widehat{DE}$ 會與 $\angle BAC$ 的兩邊“平滑”相接，構成一個圓角，如右圖藍色所示。



2. 將正三角形 ABC 的三個角以圓角取代：

仿照 1. 的作法，將正三角形 ABC 的三個角分別作出三個相同的圓角取代，即可成如右的圖案。

(若在角的平分線上取適當的 P 點為圓心，則以該角的頂點到 P 點的距離的一半為半徑作與兩邊相切的圓。)



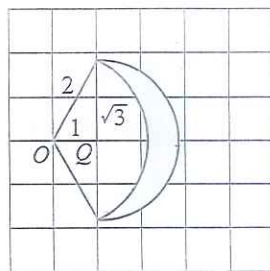
◎ 得分攻略當場練

某設計師為廠商設計一款眉月形商標，作法如下：

先以 Q 為圓心， $2\sqrt{3}$ 為直徑作一半圓，然後再以 O 為圓心，2 為半徑作一扇形，則黃色區域即為該設計師設計的圖案。如右圖，後來廠商覺得此圖案太小，要求以 O 為伸縮中心，將圖案各點伸縮 1.5 倍。

(1) 請幫他繪出伸縮後的圖案。

(2) 試問伸縮後的圖案，其周長是伸縮前的多少倍？



答：(1) 見解析；(2) $\frac{3}{2}$ 倍。

主題

3 球面上的經線與緯線

一 球面：

空間中與一定點 O 等距離 r 的所有點所成的圖形稱為球面，其中 O 為球心， r 稱為半徑。

二 經緯線：

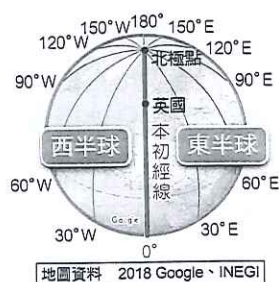
若以“球”為模型來表示地球，數學上可以將所有的經緯線視為平面與球面的截痕。

三 經線：

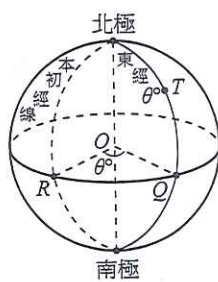
地表上連接南北極之弧線〔如圖(一)〕，其中通過英國格林威治的經線為本初經線，訂為 0° ，本初經線以東稱為東經 (E)，以西稱為西經 (W)，各有 180° ，如圖(二)。

四 緯線：

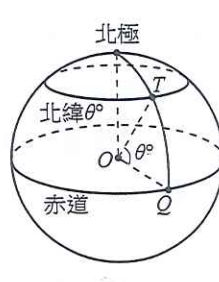
通過球心且與南北極連線垂直的平面稱為赤道面〔如圖(三)〕，赤道面與地表交出來的大圓稱為赤道；緯線是赤道及其平面與地表相交的圓弧，如圖(四)。



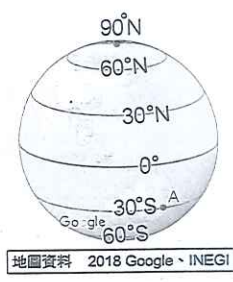
圖(一)



圖(二)



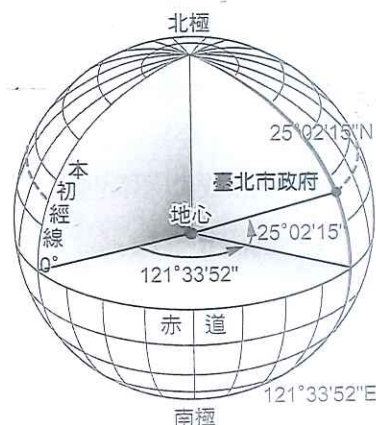
圖(三)



圖(四)

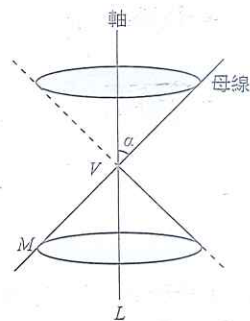
五 利用經緯度表達：

例如，臺北市府位置約在北緯 25 度，東經 121 度 30 分，記為 $(25^\circ\text{N}, 121^\circ 30'\text{E})$



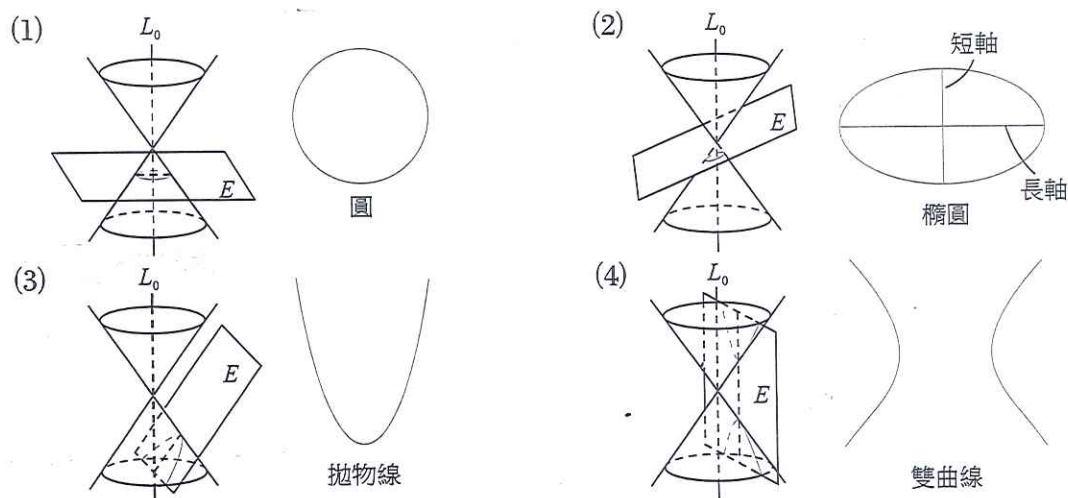
一 直圓錐（對頂錐）：

給定空間中不相互垂直的兩相交直線 L 與 M ，令其交點為 V ，且其所夾的銳角為 α ，則以直線 L 為軸，旋轉直線 M 所成的形體，稱為直圓錐（對頂錐）。其中直線 M 稱為母線， V 稱為直圓錐的頂點，而 2α 稱為頂角。



二 圓錐曲線：

用不同傾斜度的平面去切圓錐，得出不同形狀的截痕將平面 E 由垂直圓錐的中心軸 L_0 開始，然後逐漸傾斜，圓錐截痕的形狀變化如下：



圓、橢圓、拋物線和雙曲線都可由一個平面與一個直圓錐以不同的角度相截所成的截痕而得，因此我們將圓、橢圓、拋物線和雙曲線合稱為圓錐曲線。

三 結論：

假設直圓錐的頂角為 2α ，

- (1) 若平面 E 與軸「垂直」，則截痕為「圓」。
- (2) 若平面 E 與母線的夾角為 θ ($\theta = 2\alpha$)，即平面 E 與母線「平行」，則截痕為「拋物線」。
- (3) 若平面 E 與母線的夾角為 θ ($\theta \neq 2\alpha$)，且與直圓錐的「一個錐面相交」，則截痕為「橢圓」。
- (4) 若平面 E 與母線的夾角為 θ ($\theta \neq 2\alpha$)，且與直圓錐的「兩個錐面相交」，則截痕為「雙曲線」。